

الباب الرابع: مقاييس الارتباط

سنتناول في هذا الفصل :

(1) مفهوم الارتباط وأنواعه.

(2) طرق حساب معاملات الارتباط المختلفة.



الارتباط

الارتباط: هو تعيين طبيعة وقوة العلاقة بين متغيرين أو عدمها

- ▶ معامل الارتباط هو مؤشر هذه العلاقة
- ▶ أول خطوه فى تحديد طبيعه العلاقة بين متغيرين هى رسم شكل الانتشار
- ▶ إذا كان لدينا متغيران فقط . **المتغير X** وهو متغير يتم تحديده من قبل الباحث أو الشخص الذي يقوم بالدراسة وهو يسمى **بالمتغير المستقل**
Independent variable
- ▶ يرافق المتغير **X** متغير آخر **Y** ويسمى **بالمتغير التابع**
dependent variable وهو متغير احصائى لأن **نتيجته غير محددة وتعتمد على قيم المتغير المستقل.**

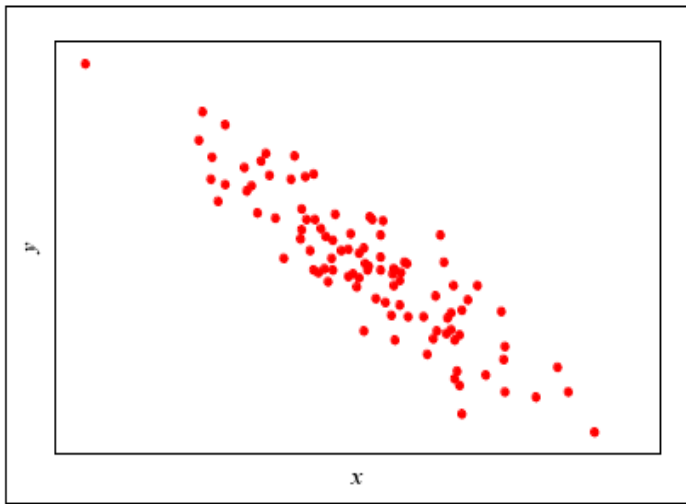


أنواع الارتباط

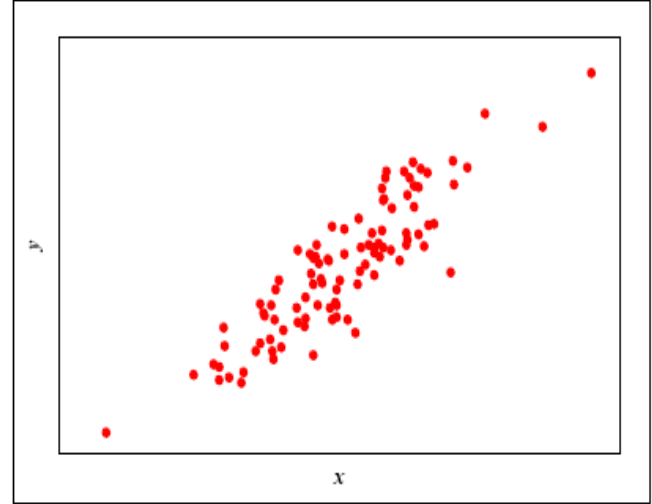
الارتباط السالب (العكسي) (**Negative**)
Correlation) بأنه علاقة بين متغيرين
(x, y) بحيث إذا تغير أحد المتغيرين فإن
الآخر يتبعه في الاتجاه المضاد.

الارتباط الموجب (الطردي) (**Positive**)
Correlation) بأنه علاقة بين متغيرين (x, y)
بحيث إذا تغير أحد المتغيرين فإن الآخر يتبعه في
نفس الاتجاه..

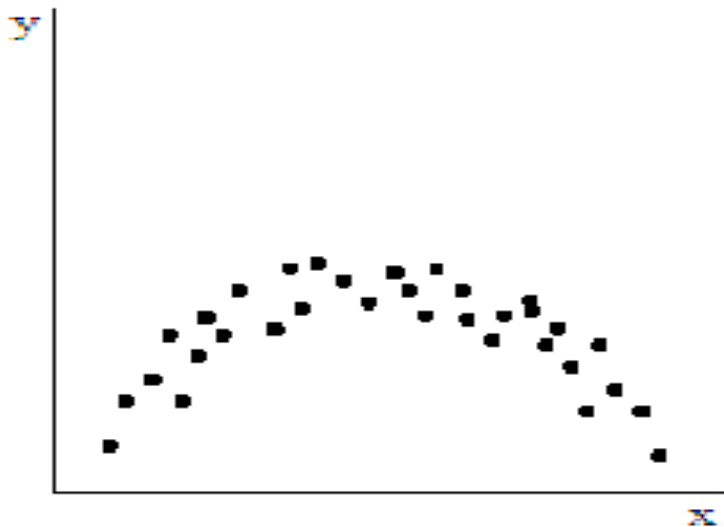




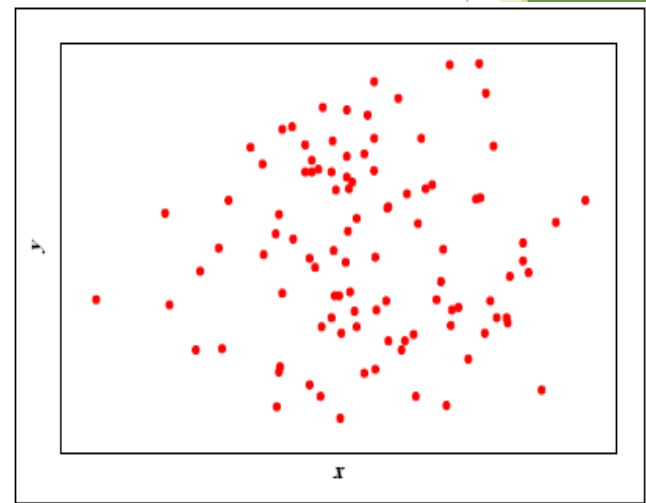
شكل الانتشار الخاص بالارتباط السالب
(العكسي)



شكل الانتشار الخاص بالارتباط
الموجب (الطردي)



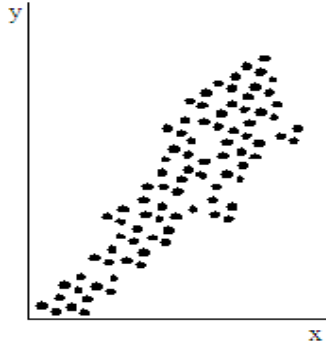
شكل الانتشار الخاص بالعلاقة الغير خطيه
بين متغيرين (ظاهرتين)



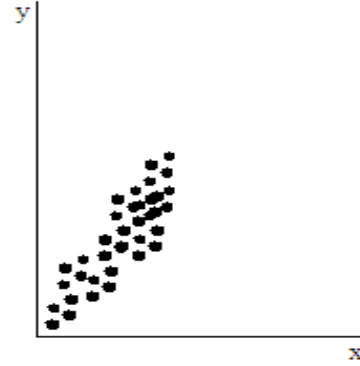
شكل الانتشار الخاص باستقلال
متغيرين (ظاهرتين)



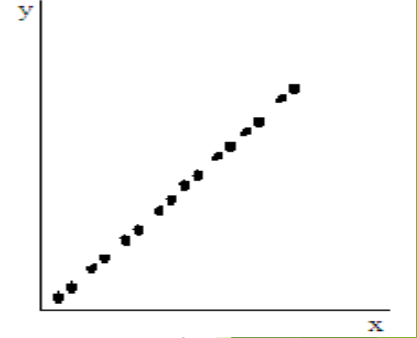
شكل الانتشار



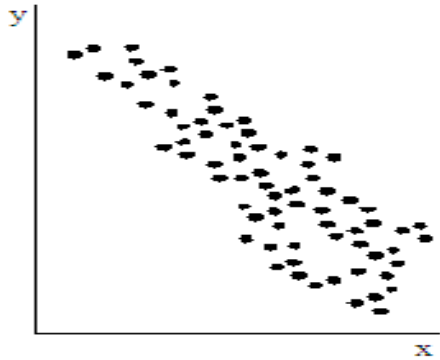
ارتباط طردي متوسط



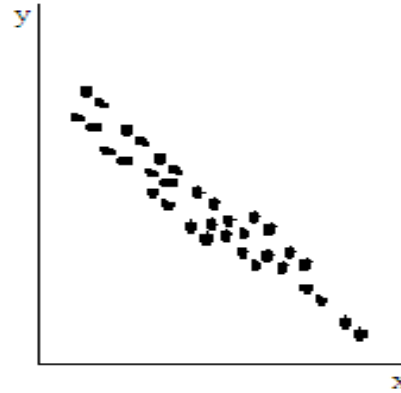
ارتباط طردي قوي



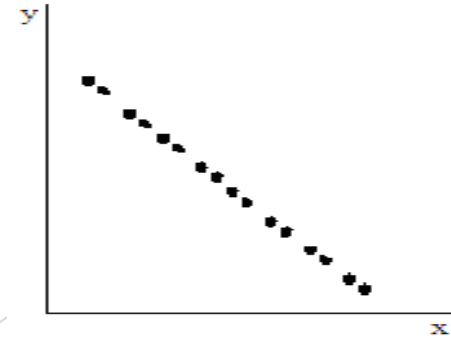
ارتباط طردي تام



ارتباط عكسي متوسط



ارتباط عكسي قوي



ارتباط عكسي تام



قياس الارتباط

تستخدم معاملات الارتباط لقياس **درجة الارتباط** بين متغيرين (ظاهرتين) .

تعريف معامل الارتباط :

يعرف معامل الارتباط والذي يرمز له بالرمز r بأنه عبارة عن **مقياس رقمي** يقيس قوة ونوع الارتباط بين متغيرين , حيث تتراوح قيمته بين

$$-1 \leq r \leq +1 \quad \text{و } (+1) \text{ و } (-1) \text{ , أي أن}$$

وتدل إشارة المعامل **الموجبة** على **العلاقة الطردية** ,
بينما تدل إشارة المعامل **السالبة** على **العلاقة العكسية** .



قياس الارتباط

والجدول التالي يوضح أنواع الارتباط واتجاه العلاقة لكل نوع :

المعنى	قيمة معامل الارتباط
ارتباط طردي تام	+1
ارتباط طردي قوي	من 0.70 إلى 0.99
ارتباط طردي متوسط	من 0.50 إلى 0.69
ارتباط طردي ضعيف	من 0.01 إلى 0.49
لا يوجد ارتباط خطي	0

وما قيل عن الارتباط الطردي ينطبق على
الارتباط العكسي (مع وضع إشارة سالبة)



1- معامل بيرسون للارتباط الخطي

- ▶ معامل بيرسون للارتباط الخطي من أكثر معاملات الارتباط استخداماً خاصة في العلوم الإنسانية والاجتماعية.
- ▶ عند تطبيق معامل بيرسون للارتباط يجب أن يكون كلا المتغيرين (y, x) **بيانات كمية**.



1- معامل بيرسون للارتباط الخطي

حساب معامل بيرسون للارتباط الخطي :

يمكن حساب معامل بيرسون بدلالة القراءات لبيانات المتغيرين x, y باستخدام الصيغة التالية:

$$r_p = \frac{n \sum xy - (\sum x)(\sum y)}{\sqrt{(n \sum x^2 - (\sum x)^2)(n \sum y^2 - (\sum y)^2)}}$$

حيث :

$\sum_{i=1}^n x_i y_i$: مجموع حاصل ضرب x في y

$\sum x$: مجموع قيم المتغير x

$\sum y$: مجموع قيم المتغير y

$\sum x^2$: مجموع مربعات قيم المتغير x

$\sum y^2$: مجموع مربعات قيم المتغير y



مثال:

سُجِلت ست قراءات تقريبية لحجم الإنتاج وحجم صادرات النفط الخام بالمملكة العربية السعودية (بالمليار برميل) خلال عدة سنوات كما يلي:

حجم الصادرات (y)	2	2	2	1	1	1
حجم الإنتاج (x)	3	4	2	2	2	2

ادرس وجود علاقة ارتباط خطية بين حجم الإنتاج وحجم صادرات النفط الخام.

الحل :

$$r_p = \frac{n \sum xy - (\sum x)(\sum y)}{\sqrt{(n \sum x^2 - (\sum x)^2)(n \sum y^2 - (\sum y)^2)}}$$

$$r_p = \frac{6(24) - (15)(9)}{\sqrt{((6 \times 41) - 15^2)((6 \times 15) - 9^2)}} = \frac{144 - 135}{\sqrt{(246 - 225)(90 - 81)}} = \frac{9}{\sqrt{189}} = \frac{9}{13.75} = 0.65$$

x	y	xy	x ²	y ²
3	2	6	9	4
4	2	8	16	4
2	2	4	4	4
2	1	2	4	1
2	1	2	4	1
2	1	2	4	1
Σ 15	9	24	41	15
= Σx	= Σy	= Σxy	= Σx ²	= Σy ²

من الملاحظ أن علاقة الارتباط الخطي بين حجم الإنتاج وحجم صادرات النفط الخام

علاقة طردية متوسطة.



2 - معامل سبيرمان لارتباط الرتب

نستخدم معامل سبيرمان لارتباط الرتب (Rank Correlation coefficient) **إذا كان المتغيرين كليهما وصفي ترتيبي أو كليهما متغير كمي.**

طريقة حساب معامل سبيرمان لارتباط الرتب :

إذا فرضنا أن المتغير X له الرتب R_x وأن المتغير Y له الرتب R_y . وبفرض أن d ترمز لفرق الرتب، بمعنى

$$d = R_x - R_y$$

. فإن معامل سبيرمان لارتباط الرتب يُعطى بالصيغة التالية:

$$r_s = 1 - \frac{6 \sum d^2}{n(n^2 - 1)}$$

حيث n هي عدد الأزواج المرتبة .



مثال :

لدراسة علاقة ارتباط تقديرات الطلاب في مادة الإحصاء وتقديراتهم في مادة الرياضيات، اخترنا خمس طلاب وكان تقديراتهم كما يلي .

تقديرات الإحصاء (x)	F	A	C	D	B
تقديرات الرياضيات (y)	D	C	B	F	A

هل توجد علاقة ارتباط؟ ما نوعها ومدى قوتها؟

الحل :

x	y	رتب x	رتب y	d	d ²
F	D	1	2	-1	1
A	C	5	3	2	4
C	B	3	4	-1	1
D	F	2	1	1	1
B	A	4	5	-1	1
Σ				0	8
				Σ d	Σ d ²

$$r_s = 1 - \frac{6 \sum d^2}{n(n^2 - 1)} = 1 - \frac{(6)(8)}{5(25 - 1)} = 1 - \frac{48}{120} = 1 - 0.4 = 0.6$$

نلاحظ وجود علاقة ارتباط طردية متوسطة بين تقديرات الطلاب في مادة الإحصاء وتقديراتهم في مادة الرياضيات.

